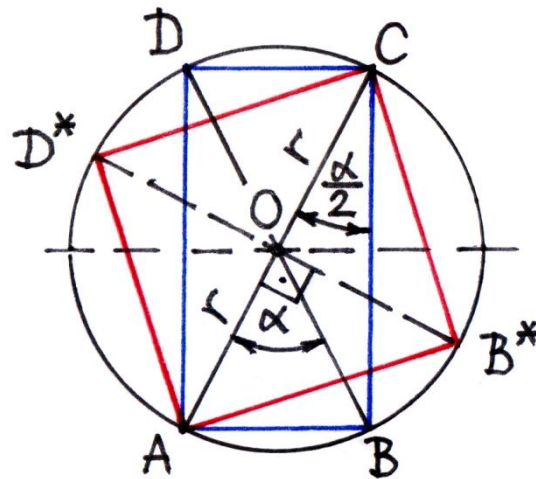


## Egy könnyű síkmértani tételről

Egy régebbi dolgozatunkban – melynek címe: *A Feldman ~ Sapiro - „elv” igazolása* – már volt szó egy tételről, mely szerint:

*A körbe írható legnagyobb területű négyszög a négyzet.*

Ezt akkor analitikusan, szélsőérték - számítással igazoltuk. Most jöjjön a geometriai igazolás! Ehhez tekintsük az 1. ábrát!



1. ábra

Itt egy  $r$  sugarú körbe berajzoltuk a kék téglalapot. Minthogy a legnagyobb területű beírt négyszöget keressük, ezért a négyszög csúcsainak a körön kell lennie. Ekkor viszont *Thalész tétele* miatt a négyszög derékszögű lesz. Az 1. ábrán feltüntetett szögviszonyok oka az, hogy az  $AB$  ívhez tartozó  $AOB = \alpha$  középponti szög kétszerese az ugyanahhoz az ívhez tartozó  $ACB$  kerületi szögnek.

Most felírjuk a kék négyszög területének képletét:

$$T_{ABCD} = \left(2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \left(2 \cdot r \cdot \cos \frac{\alpha}{2}\right) = 2 \cdot r^2 \cdot \left(2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}\right) = 2 \cdot r^2 \cdot \sin \alpha, \text{ tehát:}$$

$$T_{ABCD} = 2 \cdot r^2 \cdot \sin \alpha. \quad (1)$$

Ez akkor a legnagyobb, ha

$$\sin \alpha = 1 \rightarrow \alpha = 90^\circ.$$

(2)

Most (1) és (2) - vel:

$$T_{A^*B^*C^*D^*} = 2 \cdot r^2 = (\sqrt{2} \cdot r)^2. \quad (3)$$

Eszerint az  $r$  sugarú körbe írható legnagyobb területű négyszög egy  $\sqrt{2} \cdot r$  oldalú négyzet. Az 1. ábrán ezt pirossal rajzoltuk meg.

### Megjegyzések:

**M1.** A *Feldman ~ Sapiro - elvet* - tudomásunk szerint – még ma is alkalmazzák a fűrész - üzemi gyakorlatban, módosításokkal. Továbbá tanítják az erdészeti és faipari tanulóknak, akik differenciálszámítást nem tanulnak, de algebrát és trigonometriát igen. Emiatt is hasznos lehet a fenti igazolás. A Matematika órán való első megbeszélés után érdemes ezt a vonatkozó szakmai tantárgy óráján ismét elővenni, feleleveníteni. Ebben a szaktanárnak is partnernek kell lennie: ő is csinálja meg a leckéjét. Ami nem mindig magától értetődik. ( A mi középiskolai szakmai tanárunk annakidején csak emlékeztetett a kimondott tételre: rajzolt a táblára egy kört, benne egy négyzettel, majd továbbment. Igaz, mi még tanultunk is, nem csak bejártunk az iskolába, vagyis lehetett mire hivatkozni. )

**M2.** A bevezetőben geometriai igazolást emlegettünk, ami csak részben igaz: pl. Thalész tétele meg a középponti és kerületi szögek összefüggése miatt. A többi rész azonban analitikus tárgyalású volt, hiszen számítással dolgoztunk.

Összeállította: **Galgóczi Gyula**  
ny. mérnöktanár

Szödliget, 2019. 11. 07.